Studio di un sistema LTI

Scopo Lo studio di un sistema LTI significa verificarne la stabilità, calcolare l'uscita in transitorio e a Regime $[n=\infty]$ con particolari ingressi scegliendo tra i vari metodi a seconda delle tipologie del sistema. Lo studio è necessario che avvenga sia nel dominio del tempo che nel dominio della funzione di trasferimento

Cos'è la funzione di trasf. E' la TDZ della risposta impulsiva. Si indica con $H(z)=\frac{Y(z)}{X(z)}$

Come si studia la stabilità Utilizzando il criterio di stabilità per la funzione di trasferimento, cioè la ROC di $H(z)$ deve contenere il cerchio di raggio unitario.

Sistemi FIR $\boxed{h[n] \text{ finita}}$ implica che la funzione di trasferimento è caratterizzata $\boxed{\text{solo da zeri}}$

Sistemi IIR $\boxed{h[n] \text{ infinita}}$ implica una funzione di trasferimento caratterizzata $\boxed{\text{anche da poli}}$

Sistemi causali $\boxed{h[n] \text{ non ricorsiva}}$ implica che $\boxed{\text{non c'è retroazione}}$ Es: sistema tempo reale, VoIP

Sistema non causale $\boxed{h[n] \text{ ricorsiva}}$ implica che $\boxed{\text{c'è retroazione}}$. Es: sistema di elaborazione d'immagine

Sistema in tempo reale Nei sistemi in tempo reale abbiamo $H(z)$ infinite e per tali motivo ad un certo punto si taglia

Risposta a regime parte di $y[n]$ che non si annulla per $n\to\infty$ $y[n]=\underbrace{(0{,}5)^n u[n]}_{\text{Transitorio}} + \underbrace{\cos\left(\frac{\pi n}{3}+\phi\right)}_{\text{Regime}}$

Risposta in transitorio parte di $y[n]$ che si annulla per $n\to\infty$

Cosa significa calcolare $y[n]$ Calcolare tutti i campioni dell'uscita, cioè avere una $y[n]$ in $\boxed{\text{forma chiusa}}$ che in un numero finito di passi mi permette di aver la sequenza di uscita completa di modo da non dover valutare $y[n]$ per ogni campione di $x[n]$, mentre se è possibile ottenere una sequenza completa $y[n]$ valutando ogni campione di $x[n]$ posso utilizzare una $y[n]$ non in forma chiusa.

Sequenza in forma chiusa Una sequenza in forma chiusa è una sequenza il cui valore dipende solo dall'indice attuale e non passato. Es. $\boxed{y[n]=e^n u[n] \text{ SI}}$ $\boxed{y[n]=e^n y[-n-1] \text{ NO}}$

Studio in funzione di $x[n]$

$\boxed{\text{Risposta all'impulso}}$ da utilizzarsi quando in ingresso c'è l'impulso unitario in quanto la convoluzione $y[n]=x[n]*h[n]$ non ha bisogno di essere testata per ogni impulso in ingresso.

$\boxed{\text{Equazione alle differenze finite}}$ ottengo un'uscita non in forma chiusa ed è utilizzabile con ingressi noti di sequenza finita

$\boxed{\text{Funzione di trasferimento}}$ Uso della $H(z)$ di modo da studiare un sistema LTI con ingressi aventi segnali causali del tipo $x[n]=A\cos(2\pi F_0 n+\phi)\,u[n]$.

$\boxed{\text{Risposta in frequenza}}$ si utilizza quando il segnale in ingresso vi è un segnale complesso infinito. In pratica si calcola $H(F)$ nella frequenza del segnale $x[n]$.

Summary Oltre allo studio in funzione degli ingressi vi è lo studio in funzione delle caratteristiche di sistema:

Risposta in frequenza – permette di determinare le frequenze da amplificare/attenuare;
Funzione di trasferimento – permette di determinare alcune caratteristiche della risposta;
Risposta impulsiva – Da usarsi con ingressi finiti che produce uscite in forma chiusa applicando l'anti TDZ di $H(z)$

Questions / Note | Scope

Funzione di Trasferimento

Perché la TDZ

L'utilizzo della TDZ permette di spostare lo studio del dominio del tempo in quello complesso con il vantaggio che per dimostrare la stabilità di un sistema LTI basta dimostrare che se la ROC della TDZ include il cerchio di raggio unitario allora la TDZ converge ma essendo la TDZ la trasformata della funzione di trasferimento allora se converge la TDZ converge la h[n] è finita.

Funzione di trasferimento

E' definita come la TDZ della risposta impulsiva. $H(z)=\frac{Y(z)}{X(z)}$

Condizioni di stabilità

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty}|h[n]|<\infty \Rightarrow$$ i poli di $H(z)$ devono essere contenuti all'interno del cerchio di raggio unitario.

Cerchio unitario e stabilità

I poli di una TDZ indicano se la funzione converge (poli interni ad un cerchio unitario) oppure diverge (poli esterni). Per tale motivo un sistema LTI si considera stabile se i poli della sua funzione di trasferimento ha solo poli interni che producono fattori minori di uno nella $y[n]$ che sono limitati quando $n\to\infty$

Altra condizione di stabilità

Quanto sopra implica che la ROC di $H(z)$ deve contenere il cerchio di raggio unitario dunque questa è una condizione per la verifica della stabilità

Sistemi di tipo FIR

Hanno una risposta impulsiva $h[n]$ finita.

$$h[n]=\{h[0],\ldots,h[N-1]\}\neq\{0,\ldots\ldots,0\}$$

solo sequenze monolatere dx o sx

$$y[n]=h[n]*x[n]=\underbrace{\sum_{k=-\infty}^{\infty}h[n]x[n-k]}_{\text{dalla def. di convoluzione}}=\underbrace{\sum_{k=0}^{N-1}h[n]x[n-k]}_{\text{perché } h[n] \text{ è finita}}=$$

$$=h[0]x[n]+h[1]x[n-1]+\ldots+h[N-1]x[n-N+1]$$

Funzione di trasferimento per sistema causale

$$H(z)=\underbrace{\sum_{n=0}^{\infty}h[n]z^{-n}}_{\text{definizione}}=\underbrace{\sum_{n=0}^{N-1}h[n]z^{-n}}_{\text{perché FIR}}=\underbrace{h[0]+\ldots+z\,h[N-1]z^{-N}}_{\text{polinomio in } z^{-1} \text{ caratterizzato solo da poli}}$$

Funzione di trasferimento per sistema anticausale

$$H(z)=-H(z)=-\sum_{n=\infty}^{\infty}h[n]z^{-n}=-\sum_{n=0}^{-N+1}h[n]z^{-n}=\sum_{n=-N+1}^{0}h[n]z^{-n}=\underbrace{z^{-1}h[-N+1]z^{N}+\ldots+h[0]}_{\text{polinomio in } z \text{ caratterizzato solo da 0}}$$

Conclusioni Nei sistemi di FIR l'equazione dell'uscita non ha retroazioni in quanto dipende solo dall'ingresso. Il polinomio di $H(z)$ può essere risolto in z oppure in z^{-1} producendo un antitrasformata univoca, cioè con sequenze monolatere dx (polinomio in z^{-1}) o sx (polinom. in z). Per la verifica della stabilità occorre che la ROC di $H(z)$ contenga il cerchio di raggio unitario.

Questions / Note | Scope

SISTEMI DI TIPO IIR

Equazioni alle differenze finite

E' un modo per rappresentare la relazione IN/OUT tenendo conto delle retroazione, cioè delle uscite passate.

Somma pesata

Valori delle sequenze riterelate di n campioni

$$y[n] = \sum_{k=0}^{M} a_k y[n-k] = a_0 y[n] + a_1 y[n-1] + \dots + a_M y[n-M]$$

determina come i valori passati influenzano il parametro attuale

termine iniziale

somma regressiva traslata

Può essere vista come una derivata in quanto della definizione di quest'ultima $\Delta x[n] = x[n] - x[n-1]$ in quanto si ha una dipendenza da termini passati, oppure può essere vista come una convoluzione tra due sequenze, una di un segnale ed una di pesi

ESEMPIO

numero di campioni della prima di quella attuale (ordine della derivata)

$a_k = \{0.1, 0.07, 0.8, 0.9\}$ $\quad \boxed{M=3} \quad \boxed{n=2}$

nel caso di sistemi LTI questo può essere considerato un determinato istante

$$y[2] = \sum_{k=0}^{3} a_k y[n-k] = 0.1y[2] + 0.07y[1] + 0.8y[0] + 0.9y[-1]$$

Impostare valori iniziali

Significa imporstare a valori predefiniti alcuni valori di b_k al fine di mantenere solo alcuni termini di $y[n-k]$

Relazione IN/OUT LTI

$$y[n] = h[n] * x[n]$$

$$\sum_{k=0}^{M} a_k y[k-n] = \sum_{k=0}^{N} h[k] x[n-k] = \underbrace{\sum_{k=0}^{N} b_k x[n-k]}_{\text{per l'osservazione della SOMMA PESATA}}$$

Il sistema non è ricorsivo con le seguenti condizioni iniziali: $a_0=1$, $a_k=0 \ \forall k>0$

Il sistema è ricorsivo con le condizioni iniziali $a_0 \neq 0$, $a_k > 0 \ \forall k > 0$

$$a_0 y[n] + \sum_{k=1}^{M} a_k y[n-k] = \sum_{k=0}^{N} a_k x[n-k]$$

$$a_0 y[n] = \sum_{k=0}^{M} b_k x[n-k] - \sum_{k=1}^{N} a_k y[n-k]$$

$$y[n] = \sum_{k=0}^{M} \frac{b_k}{a_0} x[n-k] - \sum_{k=1}^{N} \frac{a_k}{a_0} y[n-k]$$

$$= \sum_{k=0}^{M} b'_k x[n-k] - \sum_{k=1}^{N} a'_k y[n-k]$$

RETROAZIONE

RICORSIONE

Equazione più semplice

$y[n] = a y[n-1] + b x[n]$ è l'equazione ricorsiva più semplice

Sistema in quiete

Fissato un indice n_0 si dice che il sistema è in quiete se $x[n] = y[n] = 0 \quad \forall n < n_0$. In pratica per stabilire se un sistema è in quiete occorre conoscere le condizioni iniziali.

OSSERVAZIONE: In un sistema FIR si parla di sistema in quiete quando c'è assenza dell'ingresso

Scope / Questions / Note		Page

Funzione di trasferimento

$$\sum_{k=0}^{N} a_k y[n-k] = \sum_{k=0}^{M} b_k x[n-k]$$

$$\downarrow \text{TDZ}$$

$$\sum_{k=0}^{N} a_k z^{-k} Y(z) = \sum_{k=0}^{M} b_k z^{-k} X(z)$$

$$Y(z) \sum_{k=0}^{N} a_k z^{-k} = X(z) \sum_{k=0}^{M} b_k z^{-k}$$

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{\sum_{k=0}^{N} a_k z^{-k}}{\sum_{k=0}^{M} b_k z^{-k}}$$

la presenza dei poli indica che è un sistema IIR

Sistema retroazionato

la presenza dei poli nella funzione di trasferimento indica che il sistema è di tipo IIR in quanto, indipendentemente dai poli abbiamo:

Poli semplici: monolatera dx $h[n] = a_n u[n]$
Poli complessi: monolatera sx $h[n] = -a_n u[-n-1]$
Poli multipli: sequenze troncate

Per quanto sopra si conclude che un sistema IIR è un sistema retroazionato

Calcolo di una sequenza di trasferimento

PREMESSA

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)}$$

① soluzione in z^{-1} $\Rightarrow$ $h[n] = a^n u[n]$ PRODUCE UN SISTEMA CAUSALE CON RETROAZIONE. EXT CERCHIO DI RAGGIO a (ricorsione in avanti)

soluzione in z $\Rightarrow$ $h[n] = -a^n u[-n-1]$ PRODUCE UN SISTEMA NON CAUSALE INT. CERCHIO DI RAGGIO a (ricorsione all'indietro)

② $H(z) = H_1(z) \left[+ \mid \cdot\right] H_2(z)$ $h[n]$ bilatera

SOLUZIONE ①

quando una funzione di trasferimento permette di trovare sequenze la cui TDZ ha una ROC che contiene il cerchio di raggio unitario allora posso implementare il sistema LTI con le sole ricorsioni in avanti o all'indietro.

SOLUZIONE ②

quando l'unica ROC della funzione di trasferimento che contiene il cerchio di raggio unitario è quella compresa tra due poli allora la sequenza associata ad $H(z)$ è una sequenza bilatera e l'implementazione avviene con ricorsioni in avanti e all'indietro, cioè nella scomposizione di $H(z)$ è necessario che vi sia una parte in z^{-1} ed una parte in z.

SCOMPOSIZIONE $H(z)$

$$H(z) = \frac{N(z)}{D(z)} = \frac{N(z)}{(z-p_1)(z-p_2)} = \frac{N(z)}{(z-p_1)} + \frac{N(z)}{(z-p_2)}$$

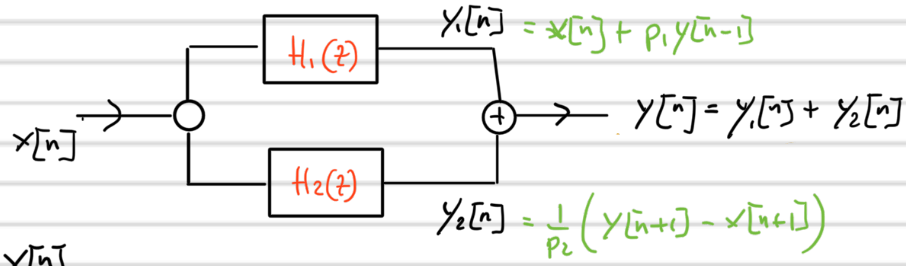
$$= \frac{N(z)}{(z-p_1)} \cdot \frac{1}{(z-p_2)}$$

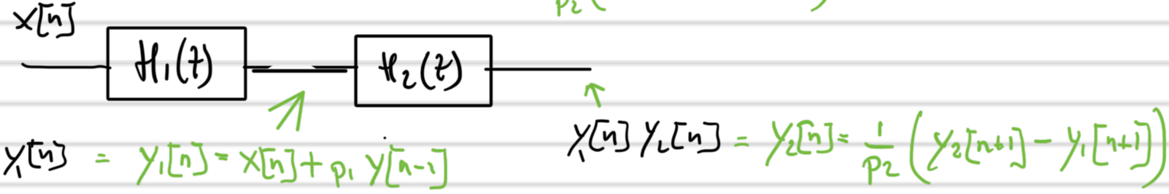
poli

$H_1(z)$ anticausale sviluppo in z^{-1}

$H_2(z)$ causale, sviluppo in z

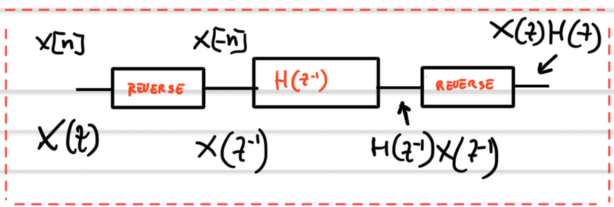
IMPLEMENTAZIONE SOLUZIONE ②





Summary

Il circuito di gioco sostituisce il blocco anticausale $H_2(z)$ con un circuito causale. No tempo reale in questo il blocco reverse memorizza tutta la sequenza e poi la inverte in pratica sostituisce z con z^{-1} e viceversa



Scope | Page

Dimostrazione soluzioni di tipo 1

Funzione di T.

$$H(z) = \frac{z}{z-a}$$

Soluzione in z^{-1}

$$H(z) = \frac{1}{1-az^{-1}} = \frac{Y(z)}{X(z)}$$

$$X(z) = Y(z)\left(1-az^{-1}\right) = Y(z) - az^{-1}Y(z)$$

$$x[n] = y[n] - a\,y[n-1]$$

$$y[n] = x[n] + a\,y[n-1]$$ mono sx

Soluzione in z

ottenute con il cambio variabile $n = n+1$

$$Y(z)(z-a) = zX(z)$$

$$y[n+1] - a\,y[n] = x[n+1] \Rightarrow y[n] = \frac{1}{a}\left(y[n+1] - x[n+1]\right)$$ mono dx

Condizioni di quiete

per $n_0 < 0 \Rightarrow x[n] = 0 \quad y[n] = 0$

Condizioni di studio

Studio con sequenza d'ingresso $x[n] = \delta[n]$ in questo modo vi è solo un impulso in 0

n	uscita $y[n] = a^n$
$n<0$	nessuna uscita
0	$y[0] = x[0] + a\,y[-1] = 1 + 0 = 1$
1	$y[1] = x[1] + a\,y[0] = 0 + a \cdot 1 = a$
2	$y[2] = x[2] + a\,y[1] = 0 + a \cdot a = a^2$
3	$y[3] = x[3] + a\,y[2] = 0 + a \cdot a^2 = a^3$

evidenziata la retroazione.

ROC

Struttura del tipo $y[n] = a^n u[n]$ monolatere dx $ROC_H = \{z : |z| > |a|\}$ ed è stabile sse $|a| < 1$ in questo così contiene il cerchio di raggio unitario. Se invece $a > 1$ la sequente convergente diventa la monolatera dx

Esempio

$$H(z) = \frac{z}{z-2} \Rightarrow y[n] = \frac{1}{2}\left(y[n+1] - x[n-1]\right)$$ memorizza la sequenza.

ROC: interno del cerchio di raggio 2

Summary

Esempio di soluzione di tipo 2

FUNZIONE DI T.

$$H(z) = \frac{2 - \frac{7}{3} z^{-1}}{1 - \frac{7}{3} z^{-1} + \frac{2}{3} z^{-2}}$$

SOLUZIONE ① (convenzionale)

$$Y(z) = \left(\frac{2 - \frac{7}{3} z^{-1}}{1 - \frac{7}{3} z^{-1} + \frac{2}{3} z^{-2}} \right) X(z)$$

$$Y(z)\left(1 - \frac{7}{3} z^{-1} + \frac{2}{3} z^{-2}\right) = \left(2 - \frac{7}{3} z^{-1}\right) X(z)$$

$$y[n] = \frac{7}{3} y[n-1] - \frac{2}{3} y[n-2] + 2x[n] - \frac{7}{3} x[n-1]$$

$h[n]$ è una monolatera dx, dunque dunque il sistema è di tipo IIR ed è instabile

SOLUZIONE ②

Scompongo la funzione di trasferimento $H(z)$ nel seguente modo

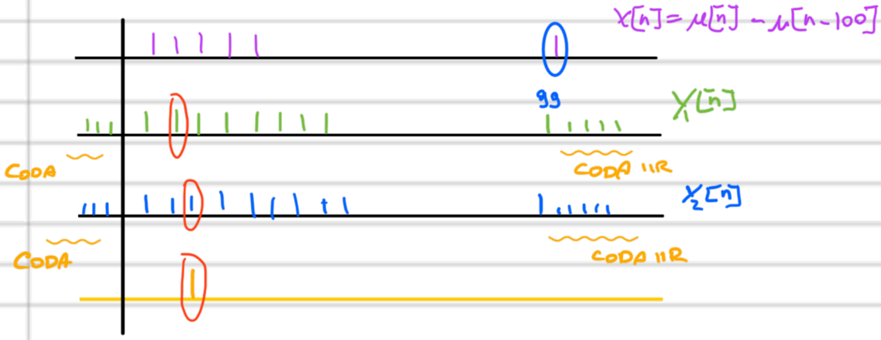
$$H(z) = \left(\underbrace{\frac{1}{1 - \frac{1}{3} z^{-1}}}_{H_1(z)} + \underbrace{\frac{1}{1 - 2 z^{-1}}}_{H_2(z)} \right) \Rightarrow Y(z) = H(z) X(z) = H_1(z) X(z) + H_2(z) X(z) = Y_1(z) + Y_2(z)$$

SOLUZIONE IN z^{-1}

$$Y_1(z)\left(1 - \frac{1}{3} z^{-1}\right) = X(z) \Rightarrow y[n] = \frac{1}{3} y_1[n-1] + x[n]$$

SOLUZIONE IN z

$$H_2(z) = \frac{1}{1 - 2z^{-1}} = \frac{z}{z-2} \Rightarrow y[n] = \frac{1}{2}\left(y[n+1] - x[n+1]\right)$$



Per ogni blocco di $x[n]$ si ottengono due sequenze di uscita

Summary

Da notare che nella pratica le risposte IIR presentano code infinite e allora si decide di tagliere di modo da poter elaborare il segnale.

Scope | Page

Esercizio

TESTO

Implementare un sistema $\boxed{\text{LTI stabile}}$ la cui funzione di trasferimento sia

$$H(z) = \frac{2 + \frac{5}{2}z^{-1}}{1 + \frac{5}{2}z^{-1} + z^{-2}}$$

significa che la ROC deve contenere il raggio unitario

CALCOLO POLI / ZERI

$$p_1 = -\frac{1}{2} \qquad p_2 = -2$$

SCOMPOSIZIONE H(z)

$$H(z) = \frac{2 + \frac{5}{2}z^{-1}}{\left(z+\frac{1}{2}\right)(z+2)} = \overbrace{\frac{1}{\left(1+\frac{1}{2}z^{-1}\right)}}^{H_1(z)} + \overbrace{\frac{1}{\left(1+2z^{-1}\right)}}^{H_2(z)} \quad \text{PARALLELO}$$

$$= \underbrace{\left[\frac{2+\frac{5}{2}z^{-1}}{\left(1+\frac{1}{2}z^{-1}\right)}\right]}_{H_3(z)} \cdot \underbrace{\left[\frac{1}{\left(1+2z^{-1}\right)}\right]}_{H_4(z)} \quad \text{SERIE}$$

CAUSALE | ANTICAUSALE

LTI PARALLELO

$$H_1(z) = \frac{1}{\left(1+\frac{1}{2}z^{-1}\right)} = \frac{Y(z)}{X(z)}$$

BLOCCO ANTICAUSALE
SVILUPPO IN z^{-1}

$$X(z) = Y(z)\left(1+\frac{1}{2}z^{-1}\right) \Rightarrow x[n] = y_1[n] + \frac{1}{2}y_1[n-1]$$

$$y_1[n] = x[n] - \frac{1}{2}y_1[n-1]$$

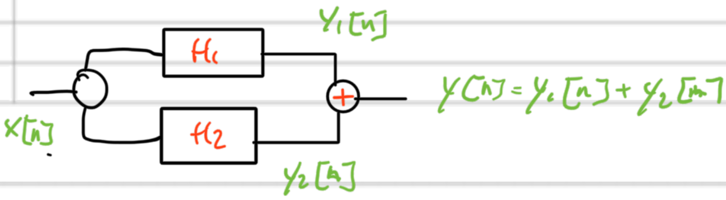
BLOCCO CAUSALE
SVILUPPO IN z

$$H_2(z) = \frac{1}{\left(1+2z^{-1}\right)} = \frac{z}{(z+2)} = \frac{Y(z)}{X(z)}$$

$$zX(z) = zY(z) + 2Y(z)$$

$$x[n+1] = y[n+1] + 2y[n]$$

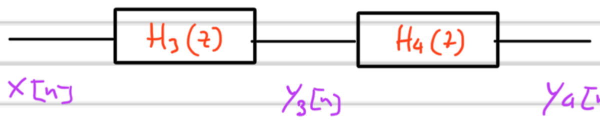
$$y[n] = \frac{1}{2}\left(x[n+1] - y[n+1]\right)$$



Summary

LTI SERIE

$$H(z)=\frac{2+\frac{5}{2}z^{-1}}{\left(z+\frac{1}{2}\right)\left(1+2z^{-1}\right)} = \underbrace{\frac{2+\frac{5}{2}z^{-1}}{\left(z+\frac{1}{2}\right)}}_{H_3(z)}\cdot\underbrace{\frac{1}{\left(1+2z^{-1}\right)}}_{H_4(z)}$$



BLOCCO ANTICAUSALE
Sviluppo in z^{-1}

$$H_3(z)=\frac{2+\frac{5}{2}z^{-1}}{\left(1+\frac{1}{2}z^{-1}\right)}=\frac{Y_3(z)}{X(z)} \Rightarrow \left(2+\frac{5}{2}z^{-1}\right)X(z)=Y_3(z)\left(1+\frac{1}{2}z^{-1}\right)$$

$$2x[n]+\frac{5}{2}x[n-1]=y_3[n]+\frac{1}{2}y_3[n-1]$$

$$y_3[n]=2x[n]+\frac{5}{2}x[n-1]-\frac{1}{2}y_3[n-1]$$

BLOCCO CAUSALE
Sviluppo in z

$$H_4(z)=\frac{Y_4(z)}{Y_3(z)}=\frac{1}{\left(1+2z^{-1}\right)}=\frac{z}{z+2} \Rightarrow Y_4(z)(z+2)=zY_3(z)$$

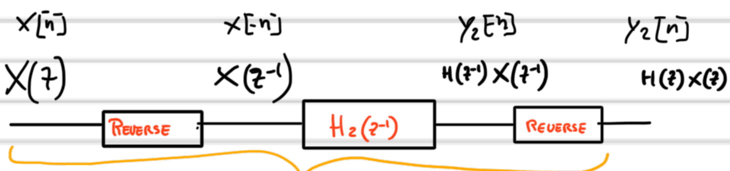
$$zY_4(z)+2Y_4(z)=zY_3(z)$$

$$y_4[n+1]+2y_4[n]=y_3[n+1]$$

$$y_4[n]=\frac{1}{2}\left(y_3[n+1]-y_4[n+1]\right)$$

BLOCCO DI REVERSE

Volendo sostituire il blocco causale di un sistema LTI con un blocco anticausale utilizzo il seguente schema.



blocco $H_2(z)$ del sistema LTI, in modo analogo questo sostituisce il blocco $H_4(z)$.

INVERTO $H_2(z)$

$$H_2(z^{-1})=\frac{1}{1+2z}$$

z perché in $H_2(z)$ c'era z^{-1}, ha un polo in $-1/2$

TRASFORMAZIONE $H_2(z)$

$$H_2(z^{-1})=\frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{2}+z}=\frac{\frac{1}{2}z\cdot z^{-1}}{\frac{1}{2}+z}=\frac{1}{2}z^{-1}\boxed{\frac{z}{z+\frac{1}{2}}}$$

Summary

è nella forma $\frac{z}{z+a}$ che indica la TdT di una sequenza monolatera dx implementabile con ricorsione in avanti

Scope | Page

Esercizio

Scopo Data $h[n]$ trovare eq differenze finite

Svolgimento $h[n] \to H(z) \to y[n]$

Testo

$$h[n] \begin{cases} 0 & n<0 \\ 1 & n=0 \\ 2(0,5)^n & n>0 \end{cases}$$

Calcolo TDZ

$$H(z) = \underbrace{\sum_{n=-\infty}^{\infty} h[n] z^{-n}}_{\text{definizione}} = \sum_{n=0}^{\infty} h[n] = \underset{n=0}{1} + \underbrace{\sum_{n=1}^{\infty} h[n] z^{-n}}_{} =$$

con il termine $n=0$ è una serie geometrica

$$= 1 + \sum_{n=1}^{\infty} 2(0,5)^n z^{-n} = 1 + 2\sum_{n=1}^{\infty} (0,5)^n z^{-n} =$$

$$= 1 + 2\left[\sum_{n=0}^{\infty} (0,5)^n z^{-n} - \underset{h[0]}{1}\right] = 1 + 2\sum_{n=0}^{\infty} \left[(0,5)z^{-1}\right]^n - 2 =$$

$$= -1 + 2\frac{1}{1-0,5z^{-1}} = \frac{-1+0,5z^{-1}+2}{1-0,5z^{-1}} =$$

$$= \frac{1+0,5z^{-1}}{1-0,5z^{-1}}$$

ROC Siamo partiti dall' $h[n]$ dunque la ROC è implicitamente determinata. Nello specifico

$$D(z^{-1}) = 1 - 0,5z^{-1} = 1 - \frac{0.5}{z} = 0 \quad \Rightarrow \quad \underbrace{z = 0,5}_{\text{polo}}$$

la $h[n]$ è una molteplicità dx allora $ROC_H = \{z : |z| > 0,5\}$

$y[n]$

$$H(z) = \frac{1+0,5z^{-1}}{1-0,5z^{-1}} = \frac{Y(z)}{X(z)} \Rightarrow X(z)(1+0,5z^{-1}) = Y(z)(1-0,5z^{-1})$$

$$x[n] + 0,5x[n-1] = y[n] - 0,5y[n-1]$$

$$y[n] = x[n] + \frac{1}{2}\left(x[n-1] + \underbrace{y[n-1]}_{\text{Ricorsione in avanti}}\right)$$

Summary

la STABILITÀ si può verificare in due modi:

① verifico $\sum_{n=-\infty}^{\infty} h[n] < \infty$

② la ROC di $H(z)$ deve contenere il cerchio di raggio unitario